# ИЗМЕРЕНИЕ АСТРОНОМИЧЕСКИХ РАССТОЯНИЙ В ДРЕВНЕЙ ГРЕЦИИ

А. И. Щетников

Центр образовательных проектов ΣΙΓΜΑ, Новосибирск
schetnikov@ngs.ru

Andrey Shetnikov
ΣΙΓΜΑ. The Centre of Educational Projects, Novosibirsk, Russia

**Measuring Distances in Ancient Greek Astronomy**

Abstract. The article is based on a course of lectures in Ancient astronomy delivered at the international summer school "Texnh. Theoretical Foundations of Arts, Sciences and Technology in the Greco-Roman World" (August 2010, Novosibirsk) organized by the Centre for Ancient philosophy and the classical tradition and sponsored by the "Open Society Institute". Two attachments are devoted to al-Biruni's and early modern measurements of distances to Sun and Moon.

Keywords. Scientific manual, Greek science, introductions, arithmetic, music, astronomy

### Введение

Эта статья представляет собой расширенный вариант короткого лекционного курса, прочитанного мной в августе 2010 года на первой сессии международного семинара «Texnh. Теоретические основания искусств, наук и технологии в греко-римском мире», организованного Центром изучения древней философии и классической традиции при Новосибирском государственном университете.

Прочитанные лекции носили ознакомительный, обзорный характер; этот же стиль изложения я постарался сохранить и в статье. Мне важно было представить участникам семинара, не являющимся специалистами ни в астрономии, ни в её истории, однако интересующимся этой наукой как частью античной культуры, общую картину того, что сумели греки сделать в этой области, и чего они сделать не сумели. Я стремился обратить внимание слушателей на базовые математические модели, сделавшие возможными осуществление проектов по измерению недоступных расстояний: ведь именно эти модели сделали древнегреческую астрономию настоящей математической наукой.

Мне представляется важным обсудить в этой статье погрешности различных измерительных процедур древнегреческой астрономии, поскольку именно эти погрешности в конечном счёте определяют пределы возможных измерений: греки имели ясное представление о размерах Земли и расстоянии от Земли до Луны, однако из всех утверждений о расстоянии до Солнца, сделанных античными астрономами, верным является лишь одно: оно находится от нас гораздо дальше, чем Луна, — а все конкретные числовые результаты совершенно недостоверны.

Читатель, которого заинтересуют более тонкие детали отдельных измерений и вычислений, сможет обратиться к первоисточникам и к специализированным статьям, указанным в списке литературы.

### Измерение расстояний до недоступных земных предметов

Прежде чем древнегреческие учёные смогли измерить размеры Земли и перейти к измерению расстояний до Луны и Солнца, они должны были научиться измерять размеры недоступных земных предметов и расстояний до них. Предание говорит, что первым такими измерениями занялся Фалес Милетский (ок. 624 – ок. 545 до н. э.). Рассказ о том, как Фалес, будучи в Египте, измерил высоту пирамиды по её тени, сохранился в нескольких поздних версиях. Сообщается также, что Фалес умел измерять расстояние до корабля в открытом море.

**(11 A1 = Диоген Лаэрций, *О жизни философов* I 27)** Иероним говорит, что Фалес измерял пирамиды по тени, подметив момент, когда тень равна нашему росту.

**(11 A21 = Плутарх, *Пир семи мудрецов* 147a)** В непомерный восторг привело фараона и то, как ты измерил пирамиду — без малейшего труда и не нуждаясь ни в каких инструментах: когда ты установил палку на край тени, которую создавала пирамида, касанием луча получились два треугольника, и ты показал, что тень к тени имеет то же отношение, что и пирамида к палке.

**(11 A20 = Прокл, *Комментарий к Евклиду* 352.14–18)** Евдем в *Истории геометрии* возводит эту теорему [т. е. теорему о равенстве треугольников по стороне и прилежащим к ней углам] к Фалесу. Ведь чтобы найти расстояние до находящихся в море кораблей тем способом, который связывают с Фалесом, необходимо её использовать.

Оба этих измерения на первый взгляд относятся к «прикладной математике», и в этом смысле могут быть названы «практически полезными»; однако по некотором размышлении мы можем понять, что Фалес занимался ими совсем не ради извлечения практической пользы. Их ценность — иная: они призваны показать могущество человеческого разума, способного осуществить то, что кажется невыполнимым. А потому главный шаг в нашей истории действительно был сделан тогда, когда Фалес взялся измерять расстояние до корабля в открытом море; ведь если это возможно, то почему бы не попытаться измерить расстояние до Луны или Солнца?

Приглядимся теперь к измерениям Фалеса более подробно. Будучи не слишком сложными в осуществлении, они в то же время вовсе не просты в своём замысле: ведь этот замысел основывается на базовой математической модели, соединяющей в себе ряд важных понятий, относящихся к арифметике (пропорция как равенство отношений), геометрии (подобие сходно расположенных треугольников) и геометрической оптике (луч света и луч зрения).

Чтобы измерить высоту пирамиды по способу Фалеса, как он описан у Плутарха, мы должны допустить, что всякий вертикально поставленный предмет отбрасывает тень, пропорциональную его высоте: если предмет $A$ во сколько-то раз выше предмета $B$, то и тень предмета $A'$ во столько же раз длиннее тени предмета $B'$. Вымерив первую тень второй тенью, мы найдём соответствующее численное отношение; измерив затем высоту предмета $B$, мы рассчитаем высоту предмета $A$.

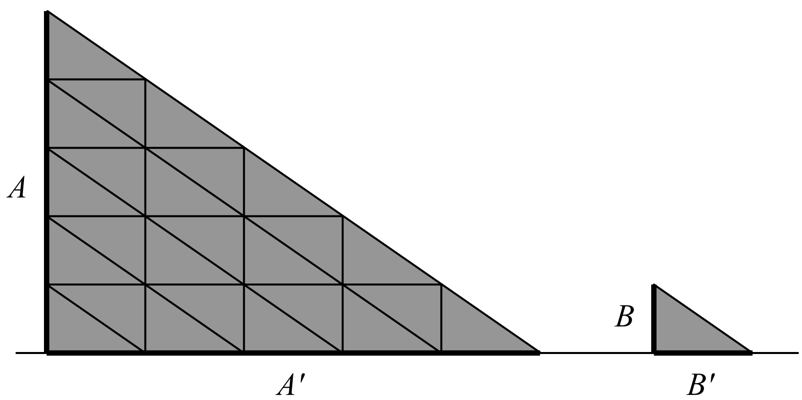


Рис. 1

Допустим теперь, что мы хотим объяснить кому-то, почему эта процедура даёт правильный результат. Для этого нам надо составить схему, изображающую предметы и отбрасываемые ими тени (рис. 1); чтобы показать, как происходит отбрасывание теней, нам нужно будет провести параллельные солнечные лучи; при этом на схеме возникнут два подобных прямоугольных треугольника — одинаковых по форме, но разных по размерам; в заключение рассуждения нам нужно будет показать, как меньший их этих двух треугольников укладывается в большем и как это укладывание порождает нужную нам пропорцию.

Но это ещё не всё. Во-первых, нам придётся объяснить, почему солнечные лучи на нашей схеме допустимо считать параллельными, хотя они расходятся от Солнца во все стороны. Во-вторых, нам надо будет научиться производить расчёты для того случая, когда мера $B'$ не укладывается в величине $A'$ нацело. Словом, нам придётся развить систематическую теорию подобных треугольников и пропорций — ту самую теорию, на которую в дальнейшем будут опираться и астрономические измерения.

О деталях второго измерения Фалеса мы знаем совсем мало, поэтому опишем его предположительно. Чтобы измерять расстояние до кораблей в открытом море, выберем на берегу две достаточно удалённые друг от друга точки $A$ и $B$, образующие *мерную базу*, и изобразим эту базу на планшете в некотором произвольно выбранном масштабе отрезком $A'B'$. Корабль, находящийся в точке $C$, мы будем наблюдать из обоих концов мерной базы, перенося углы $CBA$ и $CAB$ между соответствующими лучами зрения на наш планшет. Лучи $A'C'$ и $B'C'$ пересекутся на планшете в точке $C'$, изображающей местоположение корабля на плане (рис. 2). Остаётся составить пропорцию: как на планшете отрезок $A'C'$ относится к отрезку $A'B'$, так и на местности расстояние $AC$ относится к мерной базе $AB$.

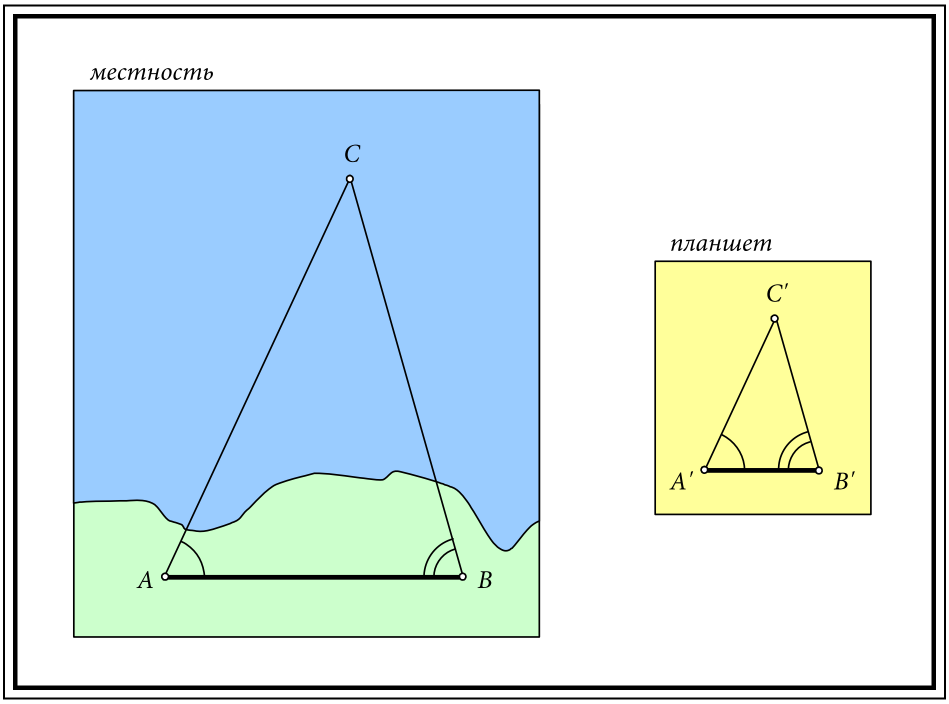


Рис. 2

До какой степени эти измерительные упражнения Фалеса были продолжены его непосредственными последователями, мы не знаем. Известно, впрочем, что ок. 530 до н. э. мегарец Евпалин по поручению тирана Поликрата организовал на Самосе строительство километрового тоннеля, которое велось одновременно с двух концов, так что расхождение в центре составило всего 10 метров (см. Ван дер Варден 1959, 141). Точность провешивания луча достигает здесь порядка 1°, так что это строительство требовало весьма точного геодезического обеспечения, составления масштабных планов и применения специальных оптических приборов — диоптров.

Следующее имеющееся у нас свидетельство об измерениях размеров недоступных земных предметов относится уже к эллинистической эпохе: в нём сообщается о геодезических занятиях Дикеарха (вторая половина IV в. до н. э.) и Эратосфена (276–194 до н. э.), измерявших высоту гор.

**(Плиний, *Естественная история* II 65.62)** Один из самых ученых мужей, Дикеарх, по приказу царей измерял высоты гор; он сообщал, что самая высокая из гор Пелион имеет 1 250 шагов высоты.

**(Теон Смирнский, *Изложение* 124.21)** Эратосфен и Дикеарх нашли, что высота высочайших гор над низинами составляет десять стадиев по отвесу, получив этот результат с помощью диоптра, позволяющего по результатам наблюдений измерять удалённые размеры.

**(Гемин, *Введение в явления* 17.5)** Высота Киллены меньше 15 стадиев, как показал в своих измерениях Дикеарх; а Атабирион по отвесу меньше 8 стадиев.

## Объяснение солнечных и лунных затмений

Ряд свидетельств связывает имя Фалеса с теорией солнечных затмений. Одни из них, восходящие к сообщению Геродота, говорят о том, что Фалес предсказал солнечное затмение; другие же, более многочисленные, хотя и более поздние, сообщают о том, что Фалес объяснил природу затмения. Мы начнём с сообщений первого типа, а затем перейдём ко вторым.

**(11 A5 = Геродот, *История* I 74)** И случилось так, что когда завязалась битва, день внезапно стал ночью. Это пресечение дня предсказал ионийцам на будущее Фалес Милетский, назначив в качестве срока тот самый год, в который оно как раз и произошло.

**(11 A5 = Климент Александрийский, *Строматы* I 65)** Евдем в *Истории астрономии* говорит, что Фалес предсказал затмение Солнца, произошедшее в то время, как завязали между собой сражение мидяне и лидийцы.

Неоднократно указывалось на то, что Фалес в принципе мог предсказать день солнечного затмения, если он был знаком с соответствующими вавилонскими таблицами. Предсказать же тот факт, что затмение будет полным, он был не в состоянии — таблицы не позволяли этого делать.

**(11 A1 = Диоген Лаэрций, *О жизни философов* I 22)** Согласно некоторым, что он написал только два сочинения — *О солнцевороте* и *О равноденствии*, прочее сочтя непостижимым. Считается, что он первым занялся астрономией и предсказал солнечные затмения и солнцевороты, как говорит Евдем в *Истории астрономии*. Считается, что он первым открыл прохождение Солнца от тропика к тропику и первым сказал, что величина Солнца составляет 1/720 часть от солнечного круга, равно как и величина Луны — 1/720 от лунного круга.

(**11 A3 = Схолии к Платону 600a**) Он первым был назван мудрецом, так как открыл, что Солнце затмевается из-за покрытия Луной, и первым из эллинов узнал про Малую Медведицу и солнцевороты, а также рассуждал о величине Солнца и о природе.

(**11 A17 = Теон Смирнский, Изложение 198.14**) Евдем в Истории астрономии сообщает, что Фалес первым открыл затмение Солнца и то, что его период, относящийся к солнцеворотам, не всегда получается равным.

(**11 A17a = Стобей II 24.1**) Фалес первым сказал, что Солнце затмевается Луной, оказавшись с ней на отвесе, поскольку она землеобразна по природе. Причём это наблюдается в зеркальном положении по отношению к диску.

(**11 A17b = Стобей II 27.5**) Фалес первым сказал, что Луна освещается Солнцем.

Этот второй круг свидетельств в своей совокупности даёт достаточно полную картину природы лунных фаз и затмений. Солнце затмевается непрозрачной Луной, когда оба светила оказываются на одной прямой по отношению к находящемуся на Земле наблюдателю; при этом равенство видимых с Земли угловых размеров Солнца и Луны приводит к тому, что при полном солнечном затмении диск Луны закрывает диск Солнца полностью, но без избытка. К этой картине следует добавить ещё и тот факт, что лунные затмения происходят только в полнолуние, а солнечные — только в новолуние; в этом доводе учение о фазах Луны соединяется с учением о солнечных и лунных затмениях в одно целое.

## Возникновение двухсферной модели Земли и Неба

Чтобы заняться вычислениями величины земной окружности, нужно сначала прийти к мысли о том, что Земля является шаром. Похоже, что у Фалеса такого учения ещё не было; а вот его младший современник и последователь по ионийской школе Анаксимандр (ок. 610 – ок. 550 до н. э.), согласно одному из свидетельств, учил о сферичности Земли и её центральном положении внутри космоса.

(**12 A1 = Диоген Лаэрций, *О жизни философов* II 1**) Анаксимандр учил, что Земля лежит посредине, будучи по порядку центральной, а по сути — шарообразной. Луна светит не сама, но освещается Солнцем. Солнце величиною не меньше Земли и представляет собою чистейший огонь. Он первым изобрёл гномон и поставил его на солнечных часах в Лакедемоне, чтобы указывать солнцестояния и равноденствия и следить за временем. Он первый нарисовал очертания земли и моря и, кроме того, соорудил небесную сферу.

Впрочем, большинство свидетельств описывает модель Анаксимандра гораздо более экзотично, если не сказать — удивительно:

(**12 A11 = Ипполит, Опровержение всех ересей I 6.1**) Земля — небесное тело, ничем не поддерживаемое, и она покоится вследствие равного расстояния от всего. Форма у неё округлая, закругленная, подобная каменному барабану колонны: из двух плоских поверхностей по одной ходим мы, а другая ей противоположна. Светила возникают в круге огня, отделившись от космического огня, и охваченные воздухом. Отдушинами же служат некие трубковидные проходы, через которые виднеются светила; поэтому, когда отдушины закрываются, происходят затмения. Луна видна то полной, то ущербной вследствие закрытия или открытия проходов. Круг Солнца в 27 раз больше *** Луны; выше всего находится Солнце, ниже всего — круги неподвижных звезд.

Модель следующего ионийского философа, Анаксимена (ок. 580 – ок. 520 до н. э.) описывается рядом источников также весьма экзотично, с плавающей по воздуху плоской Землёй (это учение сохранялось ещё у Анаксагора и Демокрита); однако наряду с этими описаниями имеется и такое свидетельство:

**(13 A13 = Стобей II 11.1)** Анаксимен и Парменид полагают, что небо — это крайняя оболочка, вращающаяся вокруг Земли.

Похоже, что мысль о сферичности Неба утвердилась среди греческих мыслителей даже несколько раньше мысли о сферичности Земли. Возможно, что предположение о сферичности Земли первыми высказали пифагорейцы; приписывается оно также Пармениду (ок. 540 – ок. 450 до н. э.).

**(Диоген Лаэрций, *О жизни философов* VIII 25)** Александр в *Преемствах философов* говорит, что в пифагорейских записках содержится вот что… Имеются четыре стихии — огонь, вода, земля, воздух; перемешиваясь и превращаясь целиком, они порождают из себя космос — одушевлённый, разумный, шаровидный, в середине которого — Земля, тоже шаровидная и населённая со всех сторон.

**(28 A1 = Диоген Лаэрций, *О жизни философов* IX 21)** Парменид первым выдвинул утверждение, что Земля шарообразна и лежит в середине.

В целом же мы можем лишь сожалеть о том, что становление основной модели древнегреческой астрономии, со сферической Землёй и вращающимся вокруг неё сферическим Небом, крайне плохо отражено в имеющихся у нас источниках; однако Аристотель (384–322 до н. э.) в своём трактате *О небе* всецело принимает эту модель и приводит ряд доводов, обосновывающих её правильность; а её математическому описанию посвящён трактат *О движущейся сфере*, созданный в конце IV в. до н. э. Автоликом из Питаны.

## Доказательства сферичности Земли

Доводы, обосновывающие сферичность Земли, известны по многим античным сочинениям. Это и упомянутый выше трактат Аристотеля, и астрономические труды Теона Смирнского, Клеомеда, Птолемея и других авторов, и такие книги, как *Естественная история* Плиния Старшего, и ряд других сочинений.

Эти доводы делятся на две группы. К первой группе относятся доказательства «от наблюдаемых явлений»; ко второй — доказательства «от природы вещей». Первое доказательство «от явлений» связано с наблюдениями за лунными затмениями. Если верно то, что Луна при затмении попадает в земную тень, и если мы видим, что граница этой тени всегда дугообразна, мы можем заключить, что вся тень целиком имеет круглое поперечное сечение. Однако эта тень отбрасывается Землёй; и если бы Земля имела форму, отличную от формы шара, сечение тени не было бы круглым при любых взаимных положениях Земли и Солнца.

Второе доказательство связано с видом звёздного неба при перемещении наблюдателя с юга на север. В более северных широтах мы видим небесный полюс находящимся выше над горизонтом; Солнце же поднимается над горизонтом ниже, чем на юге; и некоторые звёзды, которые видны на юге, не видны в северных странах, а звёзды, которые в северных странах видны постоянно, в южных областях оказываются заходящими. Это доказывает, что Земля округла с юга на север.

Доказательство того, что Земля округла с востока на запад, более изощрено. Чтобы обосновать это утверждение, надо доказать, что восход Солнца происходит по одним и тем же часам раньше на востоке, и позже — на западе. Но как сделать это, если у нас нет точных часов, которые можно перевозить с одного места на другое? На помощь вновь приходят лунные затмения. Допустим, что некое лунное затмение началось в Вавилоне в полночь по местному времени; а жители Гадиры, лежащей у Геркулесовых столпов, наблюдали начало этого затмения в 9 часов вечера по местному времени. Отсюда мы можем сделать вывод, что Гадира лежит примерно на 3 часа западнее Вавилона, что составляет $^1/_8$ от полных суток, или 45° долготы.

Наконец, остаётся ещё один довод, самый популярный, в котором рассказывается о том, как уходящий в море корабль постепенно скрывается за горизонтом, и как при приближении к берегу постепенно встают из-за горизонта прибрежные горы. Однако этот довод оказывается убедительным лишь после того, как мы уже доказали сферичность Земли другими, более изощрёнными способами; ведь в противном случае все моряки до всяких астрономических изысканий знали бы из своего опыта, что Земля имеет форму шара, однако это не так!

Здесь мне хотелось бы особо подчеркнуть ту сторону дела, что становление математической географии, устанавливающей сферическую форму Земли и относительное расположение отдельных пунктов по широте и по долготе, оказывается привязанным к становлению математической астрономии: мы можем с уверенностью судить о Земле как о сфере, соотнося её с другой, небесной сферой, центр которой совпадает с центром Земли, а радиус которой в гигантское число раз превосходит радиус Земли.

Это гигантское различие радиусов неба и Земли древнегреческие астрономы выражали в следующих словах, «Земля не имеет воспринимаемого отношения к величине неба и является в нём точкой по положению». Это утверждение должно быть доказано «из явлений»; для этого нужно показать, что наблюдатель, находящийся на поверхности Земли, видит ровно половину небесной сферы: ведь если бы размеры Неба были бы сопоставимыми с размерами Земли, это было бы не так (рис. 3).

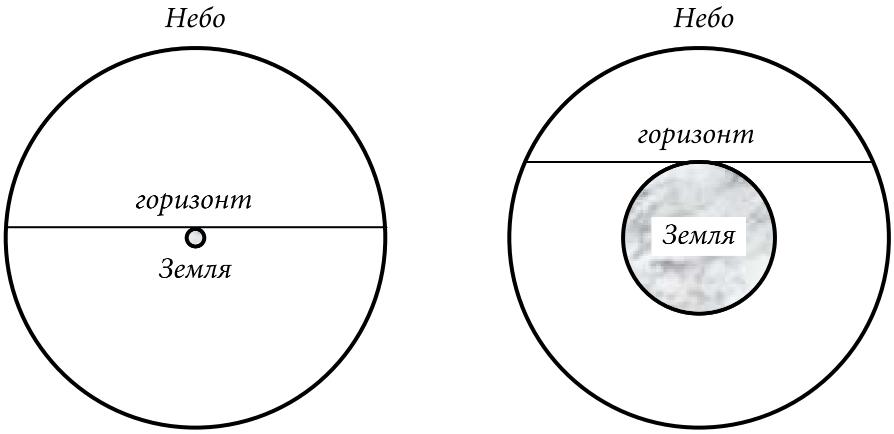


Рис. 3

Что касается доказательств сферичности Земли «от природы вещей», характернейшим из них является такое: все тяжёлые тела стремятся к центру космоса, поэтому отдельные части Земли образуют сферическую фигуру, ведь в противном случае одни части поверхности были бы удалены от центра на большее расстояние, а другие — на меньшее, что нарушило бы равновесие. Как пишет Аристотель (*О небе* 297a8–12),

> Земля по необходимости имеет шарообразную форму: ведь каждая из её частей имеет вес вплоть до середины, и так как меньшая теснима большей, то они не могут образовать волнистую поверхность, но подвергаются взаимному давлению и уступают друг другу до тех пор, пока не будет достигнута середина.

## Измерение размеров Земли

Исторически первое сообщение о попытках измерить размер Земли передаёт Аристотель во II книге *О небе* (298a15–17):

> И те математики, которые пытаются вычислять через пропорции величину окружности, говорят, что она составляет около 400.000 [стадиев].

Одним из математиков, о которых говорит Аристотель, скорее всего был крупнейший астроном IV в. до н. э. Евдокс Книдский (ок. 406–355 до н. э.). Страбон в *Географии* (II, 5) сообщает о том, что Евдокс производил на Книде наблюдения появляющегося на горизонте Канопуса. Севернее Книда эта звезда совсем не видна; зато она видна южнее, и чем дальше на юг плыть, тем выше она поднимается. Возможно, что именно на этих наблюдениях основывался полученный Евдоксом результат.

Две классических процедуры измерения размеров Земли описаны Клеомедом в трактате *О круговращении небесных тел*. Первая процедура была осуществлена Эратосфеном (276–194 до н. э.), вторая — Посидонием (ок. 135 – ок. 50 до н. э.).

В основу обеих процедур положена одна и та же идея: чтобы измерить размеры Земли, в качестве опоры для измерений надо взять небеса, поскольку одни и те же светила доступны одновременному наблюдению в разных местах на Земле. И поскольку расстояние от Земли до любого небесного светила превышает радиус Земли в такое большое число раз, постольку все лучи, приходящие от одного и того же светила к разным точкам на поверхности Земли, мы можем считать параллельными.

В обеих процедурах измеряется некоторая дуга земного меридиана: с одной стороны, измеряется её действительная длина, с другой стороны — её угловая величина, которая находится, как взаимный наклон двух отвесов или двух горизонтов. Зная угловую величину этой дуги, мы узнаём, какую долю она составляет от полной величины большого круга; измерив явным образом её действительную длину, мы узнаём в итоге полную длину большого круга.

В методе Посидония, предположительно повторяющем измерения Евдокса, производится измерение наибольшей высоты Канопуса над горизонтом на Родосе и в Александрии; в методе Эратосфена измеряется высота Солнца над горизонтом в полдень летнего солнцестояния в Александрии и в Сиене.

Приведём отрывок из Клеомеда (I, 10), в котором описана процедура Эратосфена. Схема этой процедуры изображена ниже на рис. 4.

Эратосфен говорит, что Сиена и Александрия лежат на одном меридиане. Поскольку меридианы в космосе являются большими кругами, такими же большими кругами с необходимостью будут и меридианы на Земле. И поскольку таков солнечный круг между Сиеной и Александрией, то и путь между ними на Земле с необходимостью идёт по большому кругу. Затем он говорит, что Сиена лежит на круге летнего тропика. И если бы летнее солнцестояние в созвездии Рака происходило ровно в полдень, то солнечные часы в этот момент времени с необходимостью не отбрасывали бы тени, поскольку Солнце находилось бы точно над головой. А в Александрии в этот же час солнечные часы отбрасывают тень, поскольку этот город лежит к северу от Сиены. Эти города лежат на одним меридиане и на большом круге. На солнечных часах в Александрии проведём дугу, проходящую через конец тени гномона и его основание, и этот отрезок дуги произведёт большой круг на чаше, поскольку чаша солнечных часов расположена на большом круге.

Далее, вообразим две прямые, опускающиеся под Землю от каждого гномона и встречающиеся в центре Земли. Солнечные часы в Сиене находятся отвесно под Солнцем, и воображаемая прямая проходит от Солнца через вершину гномона солнечных часов, производя одну прямую от Солнца до центра Земли. Вообразим ещё одну прямую, проведённую от конца тени гномона через вершину гномона к Солнцу на чаше в Александрии; и она будет параллельна уже названной прямой, поскольку уже сказано, что прямые от разных частей Солнца к разным частям Земли параллельны. Прямая, проведённая от центра Земли к гномону в Александрии, образует с этими параллельными равные накрестлежащие углы. Один из них — с вершиной в центре Земли, при встрече прямых, проведённых от солнечных часов к центру Земли; а другой — с вершиной на конце гномона в Александрии, при встрече с прямой, идущей от этого конца к концу его же тени от Солнца, где эти прямые встречаются наверху. Первый угол опирается на дугу от конца тени гномона до его основания, а второй — на дугу с центром в центре Земли, проведённую от Сиены до Александрии. Эти дуги подобны между собой, поскольку на них опираются равные углы. И какое отношение имеет дуга на чаше к своему кругу, такое же отношение к своему кругу имеет и дуга от Сиены до Александрии. Но найдено, что на чаше она составляет 1⁄50 часть своего круга. Поэтому и расстояние от Сиены до Александрии с необходимостью будет составлять 1⁄50 часть большого круга Земли. Но оно равно 5.000 стадиев. Поэтому весь круг равен 250.000 стадиям.

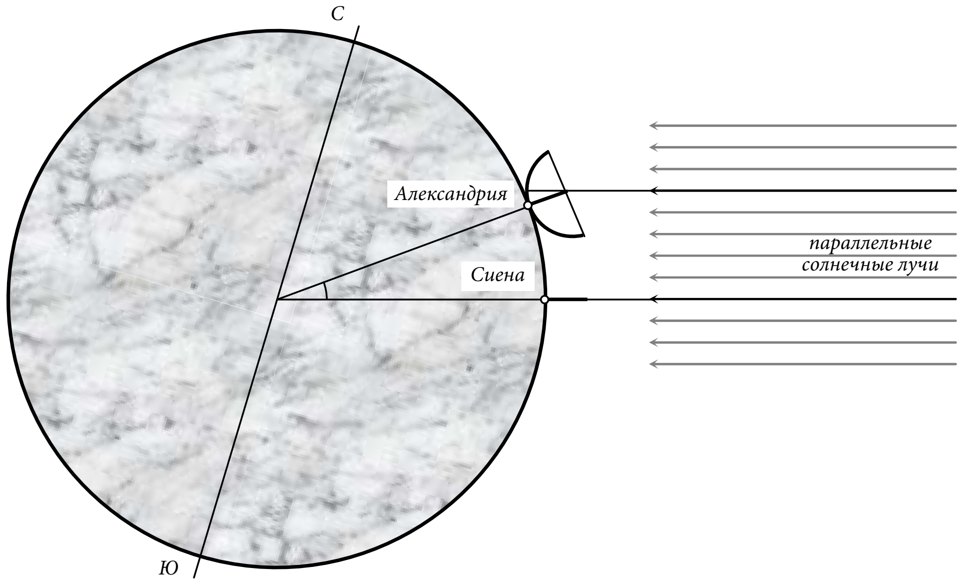


Рис. 4

Перечислим погрешности такой методики измерения. Во-первых, это ошибки, связанные с измерением углов. По современным данным разница широт Александрии и Сиены составляет 7°08′, Эратосфен же указывает разницу в 360° : 50 = 7°12′. Этот результат получен с очень хорошей точностью, однако такое совпадение достигнуто за счёт случайной компенсации ошибок. Действительные погрешности угловых измерений Эратосфена превышают ½°: Сиена лежит не на тропике, но на 38′ севернее тропика, и Александрия отстоит от тропика не на 7°12′, но на 7°46′.

Во-вторых, это погрешность, возникающая при измерении расстояния между городами. Если это расстояние измерялось днями движения каравана, относительная погрешность, как мне представляется, вполне могла достигать 20%, если не больше. Если же эти города соединяла хорошая и достаточно прямая дорога, по которой могли ездить повозки, эта погрешность могла быть заметно уменьшена.

Ещё одна погрешность связана с тем, что Александрия и Сиена в действительности не лежат на одном меридиане, но разнесены на 3° по долготе, вследствие чего расстояние между их параллелями меньше расстояния между самими городами.

Исследователи оценивают точность измерений Эратосфена по-разному: в зависимости от того, каким именно стадием он пользовался (см. Дитмар 1965, Dutka 1993). В любом случае, мы должны признать, что измерения Эратосфена дали греческим учёным адекватное представление о размере Земли. Перейдём теперь к измерениям Посидония, также описанным у Клеомеда (I, 10).

Сообщают, что Родос и Александрия лежат на одном меридиане, и считается, что расстояние между этими городами составляет 5.000 стадиев. Допустим, что это так. Затем Посидоний говорит о звезде по имени Канопус. Если двигаться по меридиану с севера, её становится видно на Родосе, и она видна прямо над горизонтом при надлежащем повороте космоса. Если проплыть от Родоса 5.000 стадиев до Александрии, то обнаружится, что в Александрии эта звезда поднимается на некоторую высоту над горизонтом; и когда она восходит до середины неба, её высота составляет ¼ от одного знака зодиака, то есть $1/48$ часть от зодиака в целом. Теперь получается, что отрезок земного меридиана между Родосом и Александрией с необходимостью составляет $1/48$ его часть, поскольку горизонт на Родосе и горизонт в Александрии отделяют $1/48$ часть зодиакального круга. И поскольку на Земле этот отрезок считается равным 5.000 стадиям, то все остальные упомянутые отрезки тоже будут равны 5.000 стадиям. Тем самым находится величина земного круга, равная 240.000 стадиям, если только от Родоса до Александрии их 5.000; если же нет, то в отношении расстояний.

Ошибки Посидония заметно превышают ошибки Эратосфена. Во-первых, он оценивает разность широт Родоса и Александрии в $360° : 48 = 7°30'$, хотя на самом деле она равна 5°. Столь заметная погрешность проистекает из неудобства наблюдений небесных светил на горизонте, поскольку здесь и видимость оказывается наихудшей, и рефракция велика. Во-вторых, измерять расстояния по морю заметно хуже, чем по суше, так как здесь мы можем основываться лишь на времени плавания корабля. Наконец, Родос и Александрия не лежат на одном меридиане, но разнесены на $1°50'$ по долготе.

### Угловые размеры Солнца и Луны

Измерить угловые размеры Солнца и Луны совсем просто. Для этого нужно заслонить светило некоторым предметом так, чтобы видимый поперечник этого предмета совпал с видимым размером светила (рис. 5). Делать это лучше всего на восходе или закате: и закрывающий предмет удобнее держать на одной горизонтали с глазом, и Солнце (если мы имеем дело с ним) не будет слепить нам глаза.

Зная, сколько раз поперечник закрывающего предмета укладывается в своей окружности, можно заключить, что столько же раз диаметр светила укладывается в своей окружности. Чтобы найти это отношение, надо узнать, сколько раз поперечник предмета укладывается в отрезке между глазом и предметом, а затем умножить результат на $2\pi$ — отношение длины окружности к её радиусу. Для грубого расчёта можно принять $\pi = 3$; для более точного — воспользоваться приближением Архимеда $\pi = 3\frac{1}{7}$.

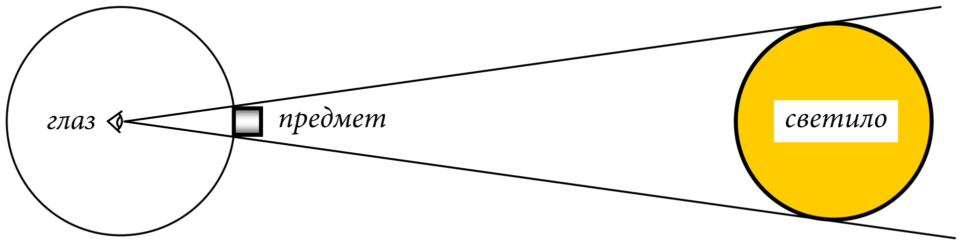


Рис. 5

Если поперечник закрывающего предмета заметно превышает диаметр зрачка, можно считать зрачок точечным. Если же эти размеры сопоставимы, надо будет сделать поправку на конечный размер зрачка; остроумный учёт этой поправки предлагает Архимед (282–212 до н. э.) в *Псаммите*.

По результатам измерений Архимеда, приведённым в *Псаммите*, Солнце укладывается в своей окружности более 632, но менее 800 раз. Здесь же Архимед сообщает, что Аристарх Самосский (ок. 310 – ок. 230 до н. э.) нашёл ранее, что Солнце составляет $1/720$ от своего круга. Мы уже видели, что этот результат приписывался Фалесу, в чём нет ничего невозможного; некоторое смущение вызывает тот факт, что $1/720$ от полного круга — это в точности $1/2°$, и похоже, что этот результат подогнан под вавилонскую градусную меру, а Фалес вряд ли был с ней знаком.

В книге Аристарха Самосского *О величинах и расстояниях Солнца и Луны* одно из базовых положений гласит, что «Луна стягивает $1/15$ часть знака Зодиака», что примерно в 4 раза превышает истинное значение. Однако как мог Аристарх допустить такую грубую ошибку? Этот факт вызывает тем большее недоумение в свете приведённого выше свидетельства Архимеда.

Для дополнительного контроля я произвёл измерение видимого диаметра Луны из окна своего дома, воспользовавшись подручными средствами. Цилиндр диаметром 14 мм полностью закрывает Луну на расстоянии 160 см. Для уменьшения эффектов, связанных с конечным размером зрачка, наблюдение велось через отверстие диаметром около 1 мм. Поперечник Луны укладывается в большом круге $1600 \cdot 44/7 : 14 = 718$ раз, для круглого счёта 720; это и есть результат, приписываемый Фалесу и Аристарху.

Древним был известен ещё один любопытный способ измерения видимого углового диаметра Солнца и Луны, который описывает Клеомед (II, 1):

> С помощью водяных часов показывается, что если бы Солнце было однофутовым, то большой небесный круг составлял бы 750 футов. Ведь при помощи водяных часов обнаруживается, что Солнце составляет $1/750$ своего круга. За то время, пока Солнце поднимается из-за горизонта, из них вытекает, скажем, киаф; а за целые сутки из них вытекает 750 киафов воды. И говорят, что этот способ был впервые придуман египтянами.

К этому способу надо сделать два замечания. Во-первых, измерения надо проводить в день весеннего или осеннего равноденствия, когда Солнце находится на небесном экваторе. Во-вторых, в расчёты нужно внести поправку, учитывающую наклон экватора по отношению к горизонту. Если $\theta$ — широта местности, $\Delta t$ — время солнечного восхода, $T$ — длительность солнечных суток, то угловой поперечник Солнца равен

$$360^\circ \cdot \frac{\Delta t}{T} \cdot \cos\theta .$$

### Измерение диаметра Луны и расстояния до неё: первый метод

Первый метод измерения диаметра Луны основан на наблюдении лунного затмения и сравнении видимого диаметра Луны с видимым диаметром земной тени. Этот способ описывает Аристарх Самосский в книге *О величинах и расстояниях Солнца и Луны*; аналогичное описание приводит Клеомед (II, 1). Прежде всего, вспомним о равенстве видимых размеров Солнца и Луны; в силу этого равенства можно заключить, что во время полного солнечного затмения Луна касается земной поверхности самой вершиной своего теневого конуса (рис. 6). Тем самым на расстоянии от Земли до Луны поперечник земной тени уменьшается по сравнению с диаметром самой Земли в точности на диаметр Луны. Принимая наблюдения Аристарха, согласно которым Луна укладывается в земной тени 2 раза, заключаем, что Луна меньше Земли в 3 раза.

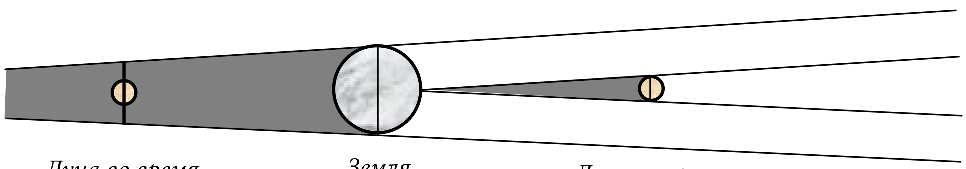


Рис. 6

Это рассуждение, конечно же, основывается на следующем базовом допущении, обсуждаемом Аристархом: расстояние до Солнца во много раз превосходит расстояние до Луны, и размеры Солнца заметно превосходят не только размеры Луны, но и размеры Земли. Именно поэтому образующие обоих конусов в рассмотренной схеме можно считать параллельными.

Оценим на основании данных Аристарха-Архимеда расстояние до Луны. Считая диаметр Земли большим диаметра Луны в 3 раза, и принимая для $\pi$ значение $3\frac{1}{7} = \frac{22}{7}$, получаем, что радиус лунной орбиты составляет $720 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{7}{22} = 66$ земных радиусов.

Основным источником погрешностей этой методики является неточность определения видимого поперечника земной тени. Поскольку тень целиком нам не видна, но видна лишь нечёткая граница тени на поверхности Луны, воображаемое достраивание тени до целого круга не является простой задачей. Клеомед (2.1) приводит для определения диаметра лунной тени такие рассуждения:

Говорят, что Луна при затмениях дважды укладывается в земную тень. Ведь за какое время она входит в тень, в течение такого же времени она и скрывается в тени, так что получаются три равных времени: одно — вхождения, второе — сокрытия, третье — выхождения из тени первого диска, прямо обозначенное вслед за вторым временем.

### Уточнение первого метода у Гиппарха и Птолемея

Папп в *Математической библиотеке* (VI, 71) приводит уточнённые результаты для диаметра Луны и расстояния до неё, полученные крупнейшим астрономом античного мира Гиппархом (ок. 190 – ок. 110 до н. э.). Согласно этим результатам, Луна укладывается в круге своей орбиты 650 раз; диаметр Луны укладывается в поперечнике земной тени 2½ раза, и поэтому Луна меньше Земли в 3½ раза. Отсюда получаем, что радиус лунной орбиты составляет $650 \cdot 2/7 \cdot 7/22 = 59$ земных радиусов.

Как получил свои результаты Гиппарх, мы не знаем (см. реконструкцию его методов в работах Swerdlow 1969, Toomer 1973). Зато нам известны более поздние выкладки Клавдия Птолемея (ок. 87 – 165 н. э.), из которых устанавливаются и видимый размер Луны, и величина земной тени. Эти выкладки, описанные в *Альмагесте* (V, 14), основаны на сравнении результатов двух частных лунных затмений, наблюдавшихся вавилонскими астрономами. В первом затмении наибольшая фаза составляла ¼ от диаметра Луны; при этом вычисленное по времени затмения угловое расстояние от центра Луны до узла лунной орбиты было равно $\omega_1 = 9°20'$. Во втором затмении наибольшая фаза составляла ½ от диаметра Луны; при этом угловое расстояние от центра Луны до узла лунной орбиты было равно $\omega_2 = 7°48'$ (рис. 7; одно затмение происходит вблизи восходящего узла лунной орбиты, а другое — вблизи нисходящего).

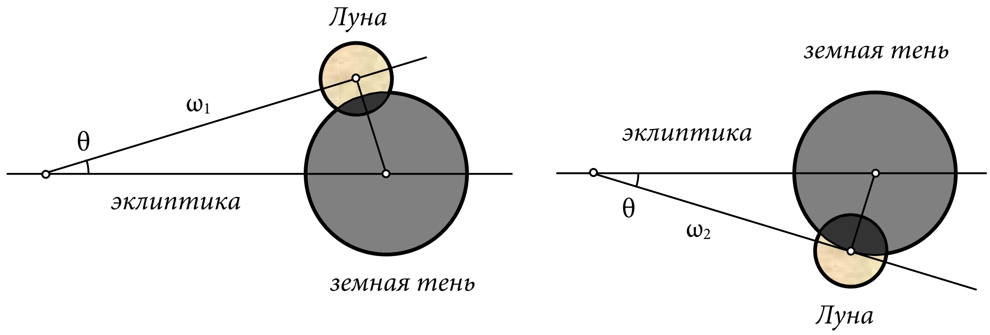


Рис. 7

Приближённо заменяя сферические прямоугольные треугольники плоскими, из подобия треугольников заключаем, что

$$\frac{r_т + \frac{1}{2} r_л}{r_т} = \frac{\omega_1}{\omega_2},$$

откуда

$$\frac{r_т}{r_л} = \frac{\omega_2}{2(\omega_1 - \omega_2)} = \frac{7°48'}{3°04'}.$$

Это отношение Птолемей приближает с избытком как 2⅗, хотя с такой же точностью его можно приблизить с недостатком как 2½, сохранив результат Гиппарха.

Определим теперь угловые размеры лунной тени. Из наблюдений известно, что угол θ между лунной орбитой и эклиптикой составляет 5°; тем самым

$$d_т = 2r_т = 2\omega_2 \cdot \sin\theta = 1°21'20''.$$

Отсюда находится видимый поперечник Луны; по данным Птолемея он составляет $d_л = d_т : 2\frac{3}{5} = 31'20''$.

Основная погрешность этого измерения связана с определением наибольшей фазы затмения. Эта фаза определялась на глаз в «дактилях», составлявших 1⁄12 видимого диаметра Луны; бóльшая точность здесь недостижима.

### Измерение диаметра Луны и расстояния до неё: второй метод

Второй метод измерения диаметра Луны основывается на одновременном наблюдении солнечного затмения в двух пунктах, находящихся на одном меридиане на разных широтах. Этот метод применялся Гиппархом, опиравшимся на наблюдения солнечного затмения 14 марта 190 до н. э. (в астрономической датировке –189 г.). Папп в *Комментарии на Альмагест* (68.5–11) сообщает о результатах Гиппарха следующее:

> В первой книге О размерах и расстояниях он берёт следующее наблюдение: затмение Солнца, которое в районе Геллеспонта было полным, так что не было видно ни одной его части, в Александрии Египетской было затемнено на ⅘ диаметра. С его помощью он доказывает в первой книге, считая радиус Земли равным единице, что наименьшее расстояние Луны равно 71, наибольшее — 83, и среднее — 77.

Основанные на этом же наблюдении рассуждения имеются у Клеомеда (II, 3). Исходя из предположения о том, что Солнце удалено от нас во много раз дальше, чем Луна, и его параллаксом в этой задаче можно пренебречь, мы можем заключить, что поперечник Луны составляет 5 расстояний между Геллеспонтом и Александрией (рис. 8). По данным Клеомеда это расстояние составляет 10.000 стадиев. Тем самым диаметр Луны будет составлять 50.000 стадиев. Этот результат завышен более чем в два раза; если пользоваться оценкой Эратосфена для диаметра Земли в 80.000 стадиев, и оценкой Гиппарха, согласно которой диаметр Земли в 2½ раза больше диаметра Луны, диаметр Луны должен быть равен 22.860 стадиев.

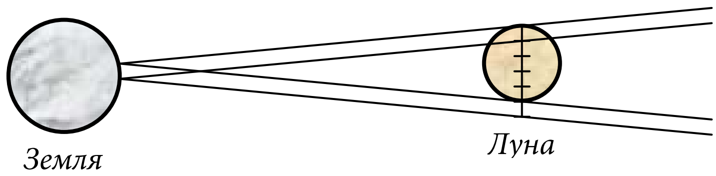


Рис. 8

Первый источник ошибки — это завышение расстояния от Александрии до Геллеспонта, связанное с трудностью измерения морских путей (по Страбону это расстояние равно 7.000 стадиев). Впрочем, разность широт между двумя городами может быть измерена астрономически, и это измерение будет более точным; надо думать, что такими астрономическими данными пользовался Гиппарх. Приняв разность широт Александрии и Геллеспонта в 9°, получаем, что широтное расстояние между городами равно 1000 км, и поперечник Луны равен 5000 км; действительный же поперечник Луны равен 3750 км, так что верный результат даже при этих данных превышен в 1,35 раза.

Второй источник ошибки связан с невозможностью точного измерения фазы затмения на глаз. Наблюдение полного затмения на Геллеспонте можно считать достоверным; но насколько достоверно то, что фаза частного затмения в Александрии была равна ⁴⁄₅, а не, скажем, ¾? А ведь при фазе в ¾ и расстоянии в 1000 км результат получился бы равным 4000 км с ошибкой всего в 7%.

Кроме того, нужно внести в результат поправку, связанную с тем, что во время затмения Солнце могло наблюдаться не на перпендикуляре к воображаемому отрезку, соединяющему Геллеспонт и Александрию.

### Измерение расстояния до Луны: третий метод

Третий метод определения расстояния до Луны основанный на измерении её параллакса, описывает Клавдий Птолемей в *Альмагесте* (V, 13). В этом методе предполагается, что мы умеем вычислять для данного момента времени действительное положение Луны на небе относительно центра Земли. Идея метода основывается на следующем утверждении: поскольку Луна наблюдается не из центра Земли, но с земной поверхности, мы увидим её несколько сдвинутой по отношению к тому месту на небе, куда её помещает теоретическое предсказание (рис. 9).

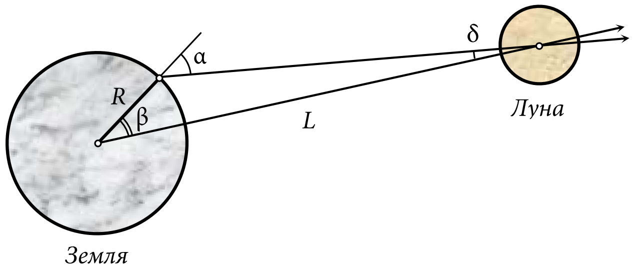


Рис. 9

Пусть углы между вертикалью наблюдателя и направлениями на Луну, проведёнными из пункта наблюдения и из центра Земли, равны $\alpha$ и $\beta$ соответственно. Угол параллакса $\delta$, под которым радиус наблюдателя виден из центра Луны, есть $\delta = \alpha - \beta$. Расстояние между центрами Земли и Луны $L$ может быть выражено через радиус Земли $R$ по теореме синусов, аналогом которой пользуется Птолемей:

$$\frac{L}{R} = \frac{\sin(\pi - \alpha)}{\sin\delta} = \frac{\sin\alpha}{\sin(\alpha - \beta)}.$$

Чтобы угол параллакса $\delta$ был по возможности бо́льшим, угол $\alpha$ также должен быть по возможности бо́льшим. Для фиксации момента времени, к которому будут приводиться расчёты положения Луны, измерения надо проводить при прохождении Луны через небесный меридиан. При этом, чтобы Луна проходила через небесный меридиан на наибольшем удалении от зенита, для наблюдений желательно выбрать такой день, когда Луна находится вблизи точки зимнего солнцестояния.

В приводимых Птолемеем наблюдательных данных $\alpha = 50°55'$; вычисленный для момента наблюдения угол $\beta = 49°48'$; отсюда

$$\frac{L}{R} = \frac{\sin(50°55')}{\sin(1°07')} \approx 40.$$

Получив этот результат, Птолемей переходит к дальнейшим расчётам, основанным на его модели движения Луны. Эта модель хорошо описывает перемещение Луны по долготе и широте, однако для лунных расстояний она даёт очень странный результат: эти расстояния могут меняться почти в два раза. Это, конечно же, неправда: ведь поперечник видимого диска Луны меняется всего лишь на 14% (обсуждение этой модели см. Бронштэн 1988). Однако Птолемей пользуется этой моделью для расчётов расстояний, несмотря на её непригодность. Производя пересчёт к сизигиям (то есть к новолуниям и полнолуниям), он получает, что среднее расстояние до Луны в сизигиях составляет 59 земных радиусов. Из-за движения Луны по эпициклу, радиус которого в модели Птолемея равен 5 земным радиусам, расстояние до Луны в сизигиях по Птолемею может меняться от 54 до 64 земных радиусов.

Достоверность этих измерений и расчётов вызвала сильное недоверие исследователей (см. Ньютон 1985, с. 188–192). Во-первых, для получения в наблюдении достоверного результата в 60 земных радиусов угол параллакса $\delta$ должен быть уменьшен в полтора раза, до 45′, а это означает, что ошибка его измерения составила 22′ или ¾ видимого поперечника Луны, что неправдоподобно. Во-вторых, подгонка окончательного ответа под известный Птолемею результат Гиппарха явно бросается в глаза, а ведь для пересчёта лунного расстояния к сизигиям Птолемей использовал такую кинематическую модель, которая, как мы понимаем, совершенно непригодна для определения лунных расстояний.

### Измерение расстояния до Солнца: первый метод

Это измерение представляется гораздо более интересным, но и гораздо более трудным по сравнению с предыдущим. Архимед в *Псаммите* пишет, что из его предшественников Евдокс считал диаметр Солнца в 9 раз большим диаметра Луны, Фидий, отец Архимеда — в 12 раз больше, а Аристарх пытался доказать, что диаметр Солнца более чем в 18 раз, но менее чем в 20 раз больше диаметра Луны.

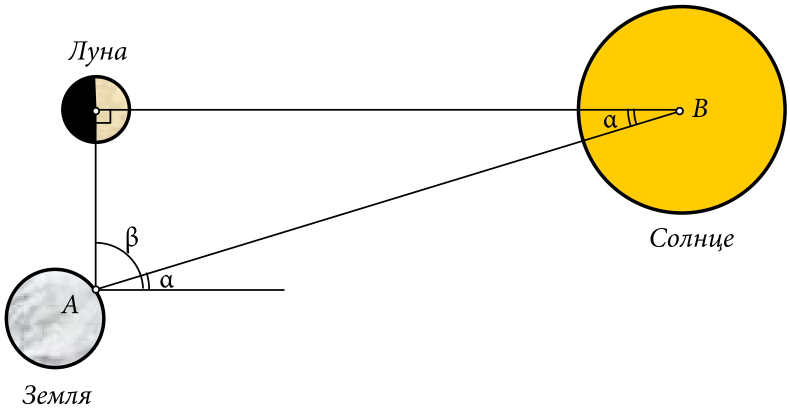


Рис. 10

Рассуждения Аристарха описаны им самим достаточно подробно. Они основываются на следующем примечательном и в какой-то мере неожиданном наблюдении. Посмотрим на Луну, когда она освещена ровно наполовину. Ясно, что направление «Луна-Солнце» в этот момент перпендикулярно направлению «Луна-Земля»: ведь Солнце освещает Луну сбоку (рис. 10). Часто бывает так, что мы видим на небе половинку Луны и одновременно с ней — Солнце; посмотрим, какой угол β образуют между собой направления «Земля-Луна» и «Земля-Солнце», проведённые от наблюдателя к центрам обоих светил. Простейшее оценочное измерение показывает, что этот угол весьма близок к прямому; а это означает, что расстояние от Земли до Солнца во многие разы превышает расстояние от Земли до Луны.

Надо думать, что это наблюдение и соответствующий вывод из него делались и раньше. Идея же Аристарха состояла в использовании этой схемы для измерения расстояния от Земли до Солнца, которое он попытался выразить в расстояниях от Земли до Луны. Если мы сумеем измерить угол α, дополняющий угол β до прямого угла, путём дальнейших расчётов мы сумеем узнать, во сколько раз искомая гипотенуза *AB* больше уже известного нам катета *AC*.

К сожалению, весь этот проект оказался чреватым колоссальными погрешностями, — но ведь Аристарх об этом не знал! Проделав свои измерения, он пришёл к выводу о том, что $\alpha = 3°$, и сделал на этой основе свои расчёты. В действительности же $\alpha = 10'$, и его исключительно трудно измерить. А из отношения углов мы можем заключить, что Аристарх приуменьшил расстояние от Земли до Солнца примерно в 20 раз.

Главным источником ошибки в этом методе является трудность определения момента, в который надо производить наблюдение. За один час угловое расстояние между Луной и Солнцем меняется примерно на ½°. Момент времени, когда Луна освещена ровно наполовину, должен быть определён с соответствующей точностью. Сделать это прямым наблюдением Луны невозможно; но расчётный путь тоже не даёт ничего обнадёживающего ввиду неравномерности наблюдаемого движения Луны по орбите.

### Измерение расстояния до Солнца: второй метод

Известно, что Гиппарх также измерял размер Солнца и расстояние до него и нашёл, что объём Солнца больше объёма Земли в 1880 раз, по сообщению Теона Смирнского (197.10), либо в 1050 раз, по сообщению Клеомеда (II, 1). Извлекая кубический корень, находим отношение солнечного и земного диаметров для первого случая 12⅓, для второго случая 10⅙; эти результаты схожи с результатом Аристарха, и столь же безосновательны.

Клавдий Птолемей представил свои выкладки в *Альмагесте* (V, 15). Будучи завязанными на принятую Птолемеем модели движения Луны, они представляются крайне сомнительным уже в своих исходных посылках. Приведём их для общей полноты картины, чтобы ещё раз почувствовать пределы тех измерительных методов, которыми пользовались греческие астрономы.

Птолемей начинает со следующей посылки: угловой размер Луны, определённый по её параллаксу, составляет $31'20''$ в сизигиях, если Луна при этом удалена от Земли на наибольшее расстояние, равное 64 земным радиусам; при этих условиях угловой размер Луны равен угловому размеру Солнца. (Эта посылка неверна — ведь из неё следует, что кольцевые солнечные затмения невозможны, а они всё-таки бывают. Но посмотрим, как строится рассуждение дальше.) При этом условии видимый поперечник Луны укладывается в круге лунной орбиты $360° : 31'20'' = 689$ раз. Тем самым радиус Луны, отнесённый к земному радиусу, равен $(3\frac{1}{7} \cdot 64) : 689 = 0{,}292$.

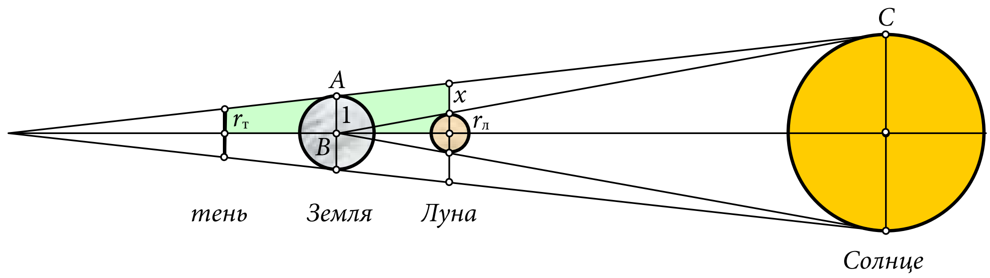


Рис. 11

Далее Птолемей использует схему, изображённую на рис. 11. В трапеции, основаниями которой являются земная тень и сечение Луны, сумма оснований равна удвоенной средней линии: $r_т + r_л + x = 2$; радиус Земли принят за единицу. По приведённым выше данным, $r_т = 2\frac{3}{5}\, r_л$; отсюда $x = 2 - 3\frac{3}{5}\, r_л = 2 - 1{,}05 = 0{,}05$.

Заметим далее, что лучи *AC* и *BC* на перегоне от Земли до Луны сошлись на $\frac{1}{20}$ исходного интервала. Тем самым их полное схождение произойдёт на 20 таких перегонах, а потому расстояние от Земли до Солнца в 20 раз больше расстояния от Земли до Луны. Отсюда следует, что диаметр Солнца в 20 раз больше диаметра Луны, и в 20 · 0,292 = 5,84 раза больше диаметра Земли. (На самом же деле диаметр Солнца больше диаметра Земли в 109 раз, что свидетельствует о полной бесперспективности этого метода.)

## Приложение 1: Измерение диаметра Земли у ал-Бируни

Выдающийся среднеазиатский учёный Абу Райхан Бируни (973–1048) описывает в своей *Геодезии* (Бируни 1966, 214–217) альтернативный метод измерения диаметра Земли, не требующий астрономических наблюдений.

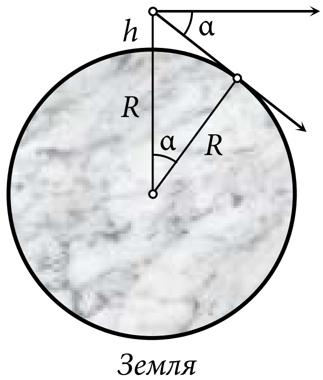


Рис. 12

Для выполнения этого измерения нужно найти высокую гору, поднимающуюся над берегом моря или плоской равниной, и определить с помощью геодезических методов её высоту *h* по отвесу. Затем, поднявшись на вершину, следует определить угол α между направлением на линию горизонта и перпендикуляром к отвесу (рис. 12). Элементарные выкладки приводят к формуле

$$\frac{R}{h} = \frac{\cos\alpha}{1 - \cos\alpha}.$$

Бируни сообщает, что первым этим методом воспользовался Санад ибн Али (ок. 830), наблюдавший с высокой горы понижение Солнца в момент его захода в море. Сам Бируни произвёл аналогичные наблюдения, находясь в Индии в крепости Нандна. Недалеко от крепости возвышалась гора, высоту которой

Бируни определил в 650 локтей. При наблюдении с её вершины линия визирования опустилась от горизонтали на 0°34′; синус этого угла с хорошей точностью равен 0,01. Радиус Земли, рассчитанный по этим данным, равен 13.000.000 локтей. Отсюда один градус земного меридиана равен 227.000 локтей. Поскольку в одной миле, которой пользовался Бируни, содержится 4000 локтей, тем самым один градус земного меридиана равен 56¾ милям (это расчёт мой, у самого Бируни по его таблицам получился результат в 56 миль).

Бируни сравнивает свой результат с результатами, которые получили из астрономических наблюдений две группы учёных, работавших в 827 г. в долине Синждара; у одной группы это 56 миль, у другой — 56⅔ мили. Однако полученное высокое согласие его результатов с результатами предшественников вызывает у меня некоторое недоверие. В самом деле, мог ли геодезический инструмент, которым он пользовался, обеспечить точность, большую 5′? А ведь ошибка в 5′ приводит здесь к погрешности измерения в 15% и к погрешности результата в 30%. А чтобы получить результат с погрешностью в 2%, надо измерять угол с погрешностью в 1%, то есть с точностью в 20″, что невероятно.

Я склонен подозревать, что порядок действий Бируни в этой ситуации был таким. Прежде всего, он взял значение радиуса Земли $R$, полученное его предшественниками, доверяя ему как весьма точному. Затем он измерил высоту горы $h$ и вычислил косинус угла, на который должна отклониться от горизонтали линия визирования:

$$\cos\alpha = \frac{R}{R+h}.$$

Косинус был пересчитан в синус, а по синусу найден угол. Зная угол, можно заранее настроить визирную линейку так, чтобы она отклонялась на этот угол от горизонтали. Теперь можно подняться на вершину, выставить вертикаль инструмента, посмотреть в визир и убедиться, что он направлен в точности на горизонт. Правда, сделать какие-либо измерительные поправки при этом вряд ли удастся, но согласие результатов скорее всего будет достигнуто.

**Приложение 2: Первые достоверные измерения расстояния до Солнца**

Основную идею для абсолютного измерения какого-нибудь расстояния внутри Солнечной системы даёт метод параллакса. Пусть два астронома одновременно наблюдают одну и ту же планету из двух различных точек Земли. Если мысленно совместить обе картины, то два изображения планеты на фоне далёких звёзд будут смещены одно относительно другого. Задача состоит в том, чтобы измерить это смещение и вычислить по нему расстояние до планеты.

Попробуем понять, какова реальная сложность такого рода измерений. Для этого воспользуемся известными данными о размерах планет и расстояниях до них. К примеру, пусть наблюдения ведутся за такой планетой, как Марс. Диаметр Марса равен 6750 км, расстояние от Земли до Марса в великое противостояние составляет около 60 млн. км. В это время Марс виден с Земли под углом 23″ — так же, как десятикопеечная монета с расстояния 150 м.

Марс в поперечнике в два раза меньше Земли. Пусть расстояние между пунктами наблюдения равно диаметру Марса, тогда и параллактический сдвиг будет равен поперечнику диска Марса. Если мы хотим определить расстояние до Марса с точностью в 5%, нам нужно будет померить параллакс с такой же точностью. Тем самым нам нужно будет измерить небесные координаты какой-либо точки на видимом диске Марса с точностью в 1″.

Ещё одна проблема состоит в том, что оба наблюдения надо выполнять в разных местах одновременно — с точностью до нескольких секунд. В самом деле, Марс в противостоянии движется относительно Земли со скоростью 360 км/мин, сдвигаясь на 5% диаметра диска за 1 минуту. Поэтому если оба наблюдения не уложатся в минутный интервал, относительный сдвиг изображений будет вызван уже не только параллаксом, но и перемещением Марса на фоне неподвижных звёзд.

Поскольку при наблюдениях возможны технические неполадки, могут быть проблемы с погодой и т. п., нужно заранее согласовывать программу наблюдений — чтобы за одну ночь в назначенные моменты времени делалось несколько замеров, а сами наблюдения велись в течение нескольких недель.

Первую приемлемую оценку расстояния от Земли до Солнца таким способом получили Дж. Д. Кассини и Ж. Рише. В 1672 году, когда Марс находился в великом противостоянии с Землёй, они провели свои наблюдения одновременно в Париже и в Кайенне — административном центре Французской Гвианы. Наблюдавшийся параллакс составил 24″. По результатам этих наблюдений было найдено расстояние от Земли до Марса, которое было затем потом пересчитано в расстояние от Земли до Солнца — 140 млн. км. (По современным данным, это расстояние составляет 150 млн. км.)

Если бы параллактическое смещение можно было наблюдать не фоне некоторого «экрана», измерения несколько упростились бы. Кеплер ещё в 1624 году предложил измерять расстояния между объектами Солнечной системы, наблюдая прохождение Венеры по диску Солнца из разных точек Земли.

Прохождение Венеры — это достаточно редкое явление, поскольку Венера в момент соединения с Солнцем должна оказаться точно на эклиптике. В XVIII веке оно наблюдалось в 1761 и 1769 годах. Надо было организовать наблюдения из разных точек Земли, по возможности максимально удаленных друг от друга; для этого под эгидой Французской Академии Наук была организована большая международная программа, в которой участвовали учёные из разных стран, проводившие наблюдения во всех концах Земли. (Конечно, простая поездка за тридевять земель ради одного только наблюдения прохождения Венеры, которое может к тому же не состояться из-за плохой погоды — это слишком накладное мероприятие; поэтому наблюдение прохождения Венеры входило в программу многих комплексных географических экспедиций, направленных в далёкие края разными странами.) В результате проведённых наблюдений для астрономической единицы была получена величина в пределах от 147 до 153 миллионов километров.

### Литература

Архимед (1962) *Сочинения*. Пер. и комм. И. Н. Веселовского (Москва, Физматгиз)

Бируни Абу Рейхан (1966) Определение границ мест для уточнения расстояний между населенными пунктами (Геодезия). Иссл., пер. и прим. П. Г. Булгакова. *Избранные произведения*, т. 3 (Ташкент, Фан)

Бронштэн В. А. (1985) *Клавдий Птолемей* (Москва, Наука)

Ван дер Варден Б. Л. (1959) *Пробуждающаяся наука: Математика древнего Египта, Вавилона и Греции.* Пер. И. Н. Веселовского (Москва, Физматгиз)

Веселовский И. Н. (1961) Аристарх Самосский — Коперник античного мира. *Историко-астрономические исследования* **7**, 11–70

Дитмар А. Б. (1965) *Родосская параллель: Жизнь и деятельность Эратосфена* (Москва, Мысль)

Клименко А. В. (1979) Древнейшие определения размеров Земли. *Развитие методов астрономических исследований* 8, 70–83

Ньютон Р. Р. (1985) *Преступление Клавдия Птолемея* (Москва, Наука)

Птолемей Клавдий (1998) *Альмагест: Математическое сочинение в 13 книгах*. Пер. И. Н. Веселовского (Москва, Наука)

Bowen A. C. (2008) Cleomedes and the measurement of the Earth: a question of procedures, *Centaurus* 50, 195–204

Dutka J. (1993) Eratosthenes' measurement of the Earth reconsidered, *Archive for History of the Exact Sciences* 46, 55–66

Goldstein B. R. (1980) The status of models in ancient and medieval astronomy, *Centaurus* 24, 132–147

Goldstein B. R. (1984) Eratosthenes on the 'measurement' of the Earth, *Historia Mathematica* 11, 411–416

Neugebauer O. (1985) *History of ancient mathematical astronomy,* I–III (Berlin, Springer)

Swerdlow N. M. (1969) Hipparchus on the distance of the Sun, *Centaurus* 14, 287–305

Toomer G. J. (1974) Hipparchus on the distances of the Sun and Moon, *Archive for History of the Exact Sciences* 14, 126–142